

レポート課題(4)

独立電子分極関数

$$\Pi_0(r, r'; i\nu_m) = - \sum_{j, j'} \frac{f(\beta \epsilon_j) - f(\beta \epsilon_{j'})}{\epsilon_j - \epsilon_{j'} - i\nu_m} \varphi_j(r) \varphi_{j'}^*(r) \varphi_{j'}(r') \varphi_j^*(r')$$

について、静的 ($i\nu_m = 0$) から自由電子系

$$\varphi_j(r) \rightarrow \frac{e^{ikr}}{\sqrt{V}}, \quad \epsilon_j = \frac{k^2}{2} - \frac{k_F^2}{2}, \quad \sum_j \rightarrow \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k$$

で、絶対零度 ($\beta \rightarrow 0$)、 $f(\beta \epsilon_j) \rightarrow \theta(-\epsilon_j)$ のとき

$$\Pi_0(r, r', 0) \equiv \widetilde{\Pi}_0(r - r', 0) \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q e^{iq(r-r')} \widetilde{\Pi}_0(q, 0)$$

と $\pm$ の $\widetilde{\Pi}_0(q, 0)$ を求めよ。

ヒント集

① $\int d^3k F(k, k+q)$

について、 $k \rightarrow -k'-q$ と置換すると $k+q \rightarrow -k'$ となり

$$\int d^3k F(k, k+q) = \int d^3k F(-k-q, -k)$$

と $\pm$ 。

②

$$\int_0^x dx' x' \ln \left| \frac{1+x'}{1-x'} \right| = x + \frac{x^2-1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$$
